



Национални програм за развој и вредновање математичке писмености



Издавач

Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања

За издавача

Проф. др Борис Стојковски, в. д. директора Завода за вредновање квалитета образовања и васпитања

Уредник

Др Елизабета Каралић, помоћник директора за осигурање квалитета

Доц. др Милан Громовић, научни сарадник, заменик директора

Аутори

Зорица Вукајловић

Милена Канзел

Мирослав Маркићевић

Ана Младеновић

Милан Миликић

Драгица Павловић Бабић

Ленка Протић

Мирјана Радановић

Јелена Радовановић

Катарина Радосављевић

Миомир Ранђеловић

Катарина Сатарић

Вања Секулић

Сергеј Стантић

Марко Томик

Лектор

Др Маја Стокин

Дизајн

Мирослав Јовановић

Техничка припрема

Стефан Јерић

ISBN-978-86-6072-223-4



САДРЖАЈ

Увод.....	4
Шта је математичка писменост?	6
Постигнућа ученика у математици: приказ стања	7
Циљеви националног програма за развој и вредновање математичке писмености и њихова операционализација за примену у настави и мерењу образовних исхода.....	14
1. Системско и континуирано подстицање развоја математичке писмености.....	14
2. Унапређивање компетенција наставника за развој и вредновање математичке писмености.....	16
3. Креирање амбијента који погодује развоју математичке писмености: повезивање свих актера из окружења у промовисању математике.....	18
Акциони план - предлози активности за подстицање развоја и вредновања математичке писмености у основној школи.....	19
Акциони план - предлози активности за подстицање развоја и вредновања математичке писмености у средњој школи	33
Литература	44
Прилог 1	46
Прилог 2.....	48



УВОД

Пред Вама се налази Национални програм и акциони план за развој и вредновање математичке писмености, документ који дизајнира доуниверзитетску наставу математике тако да прави везу између различитих предмета, између различитих нивоа образовања и између учионице и стварног живота.

Иницијатива за израду свеобухватног програма подстицања развоја и вредновања математичке писмености, планирање и реализација Програма, формирање и координација рада радне групе која је радила на документу припадају Заводу за вредновање квалитета образовања и васпитања, националној институцији са надлежностима у обављању стручних послова у области праћења и вредновања остварености циљева образовања, као и стандарда образовних постигнућа.

Полазиште за израду Програма представљају стандарди постигнућа (2024) засновани на компетенцијском приступу, чији је фокус на функционалности знања и примени научних концепата у различитим контекстима. Завод је у процесу припреме Програма обезбедио стручну и методолошку основу, интегришући резултате истраживања, анализе ученичких постигнућа и релевантне међународне оквире за математичку писменост (Оквир за математичку писменост у оквиру PISA истраживања (OECD 2023), Оквир TIMSS истраживања за математику и природне науке (Mullis et al., 2021), Образовање за одрживи развој – Унеско (UNESCO, 2020) и Кључне компетенције за целоживотно учење Европске уније (Council of the European Union, 2018).

Саставни део програма је Акциони план за развој и вредновање математичке писмености осмишљен да подржи све учеснике у образовном процесу, ученике, али и њихове родитеље и наставнике, до образовних институција и шире друштвене заједнице, како би се створила подстицајна и одржива култура која доприноси развоју математичке писмености. Акциони план за развој и вредновање математичке писмености настао је као одговор на потребу да се овом важном аспекту образовања приступи систематично, уз прецизно дефинисане циљеве, мере, активности и очекиване исходе.

Структура документа и одабир препорука за наставу и проверу остварености исхода усаглашен је са вишеструким критеријумима:

1. афирмише се компетенцијски приступ настави и нуде конкретна решења како да се садашњи наставни процес усмери ка изградњи сложених компетенција ученика;

2. афирмише се активна настава и аутономија наставника у дизајнирању начина рада као основни методички оквир за развој образовних компетенција, не само математичке;

3. даје се користан оквир и конкретна решења како да се ова сложена компетенција операционализује за потребе наставе, али и за потребе процене, што је посебно значајно имајући у виду постигнућа ученика из Србије на националним и међународним тестирањима математичке писмености, као и значај ове компетенције за развој сваког појединца и друштва у целини;



4. усклађен је са постојећим, релевантним законским и стратешким документима Републике Србије и ослоњен на међународну праксу у дефинисању, примени у настави и процени математичких компетенција;

5. обухвата све школске узрасте, од почетка основне до краја средње школе.

Национални програм за развој и вредновање математичке писмености представља ослонац за школе и наставнике у планирању и реализацији ради обезбеђења јединственог приступа развоју ове компетенције на свим нивоима образовања у Републици Србији и, последично, унапређења постигнућа ученика и образовног система у целини у овој области.



ШТА ЈЕ МАТЕМАТИЧКА ПИСМЕНОСТ?

Да ли се слажете са тврдњом да математика није само школски предмет, она је „невидљиви software” који покреће скоро сваку одлуку коју донесемо током дана (Devlin, 2000)? Савремено друштво поставља пред појединца сложене захтеве, на пример да обезбеди и разуме податке, анализира аргументе и доноси одлуке на основу њих, да анализира појаве и ситуације из свог окружења, и то на свим нивоима од непосредног до глобалног окружења, процењује могуће исходе и ризике, да планира ресурсе, да разуме природу нових технологија и управља њима. На дневном нивоу доносимо одлуке које се тичу личних финансија, читамо лабораторијске налазе, дозирамо лекове, планирамо исхрану, уређујемо станове (кречимо, склапамо делове намештаја), пратимо медије и тумачимо вести засноване на статистичким подацима и вероватноћи. Другим речима, математика нам служи да разумемо свет око себе и заснивамо своје одлуке на логици, бројевима и вероватноћи.

Шта, на основу овога, можемо да кажемо о математичкој писмености? Она је, у овом значењу, далеко сложенији феномен од традиционалног схватања термина писменост који подразумева овладавање елементарним садржајима и вештинама у одређеној области (OECD, 2016). Насупрот томе, у савременом значењу под писменошћу подразумевамо капацитете ученика да примене знања и вештине у реалним животним ситуацијама, укључујући личне, професионалне и образовне ситуације, као и да анализирају, изводе закључке и коректно саопштавају решења широког спектра проблемских ситуација (Bausal, Pavlović Babić, 2010). Другим речима, основна постигнућа која се вреднују, ученик остварује на когнитивном плану, јер се ради о овладавању стратегијама рада са информацијама датим у различитим формама и из различитих извора, развијеном аргументативном и хипотетичком мишљењу, критичком односу према информацијама, као и о способности решавања проблема и доношења одлука. Сва сложеност овог концепта сажета је у дефиницијама математичке писмености, наводимо једну од њих:

„Математичка писменост представља способност појединца да математички расуђује и да формулише, примењује и тумачи математику ради решавања проблема у различитим контекстима из стварног живота. Она обухвата појмове, поступке, чињенице и алате за описивање, објашњавање и предвиђање појава. Математичка писменост помаже појединцима да разумеју улогу коју математика има у свету и да доносе добро утемељене процене и одлуке које су неопходне конструктивним, активним и рефлексивним грађанима 21. века.” (PISA 2025)

Математичка писменост је компетенција која се плански развија током образовног процеса, а математичко описмењавање и развој математичке компетенције одговорност су школе, наставе и наставника. Не само њих, али је школа једино место које може да обезбеди континуиран и свеобухватан развој математичке компетенције и да обезбеди подршку том развоју.



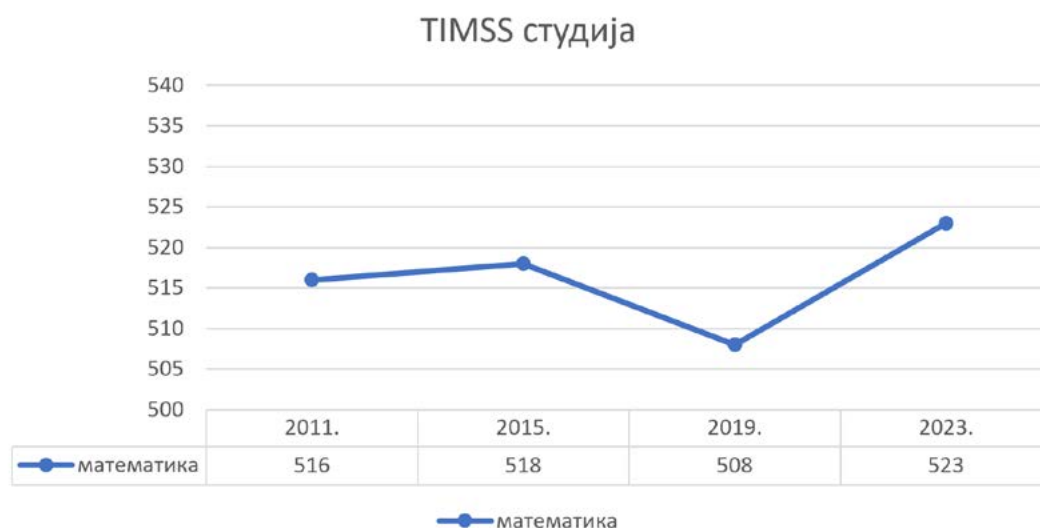
ПОСТИГНУЋА УЧЕНИКА У МАТЕМАТИЦИ: ПРИКАЗ СТАЊА

У овом поглављу дат је опис постигнућа које остварује образовни систем у Србији у области математике заснован је на међународним студијама постигнућа у којима Србија учествује (IEA/TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study и OECD/PISA Programme for International Student Assessment) и националном Завршном испиту који је обавезан за све ученике који завршавају основно образовање у Републици Србији. Детаљније су приказани последњи доступни налази, уз осврт на трендове који показују у ком правцу и којим темпом се креће образовање у Србији у погледу основних образовних компетенција ученика.

TIMSS се организује у четворогодишњим циклусима још од 1995. године, а у последња четири циклуса (2011, 2015, 2019. и 2023. године) у Србији су мерена постигнућа ученика на крају првог образовног циклуса, дакле, реч је о ученицима четвртог разреда основне школе. У овој, као и у PISA студији, скала постигнућа има просечну вредност од 500 поена, а стандардну девијацију 100. Постигнућа се саопштавају и преко дистрибуције (заступљености ученика) на различитим нивоима постигнућа (Mullis, Martin, Foy, Kelly & Fishbein, 2020).

На *Графикону 1.* приказано је постигнуће ученика из математике у последња четири циклуса тестирања. У последњем циклусу тестирања ученици четвртог разреда у Србији постигли су 523 поена из математике што је изнад међународног просека од 503 поена. Тренд у математици показује релативну стабилност, уз извесне осцилације, али и значајан раст у односу на постигнућа у односу на претходни циклус, 2019. године (508 поена). Резултат из 2023. године је највиши који је Србија постигла у последња четири циклуса, што указује на позитиван помак у односу на претходну деценију (Ранђеловић et al., 2024).

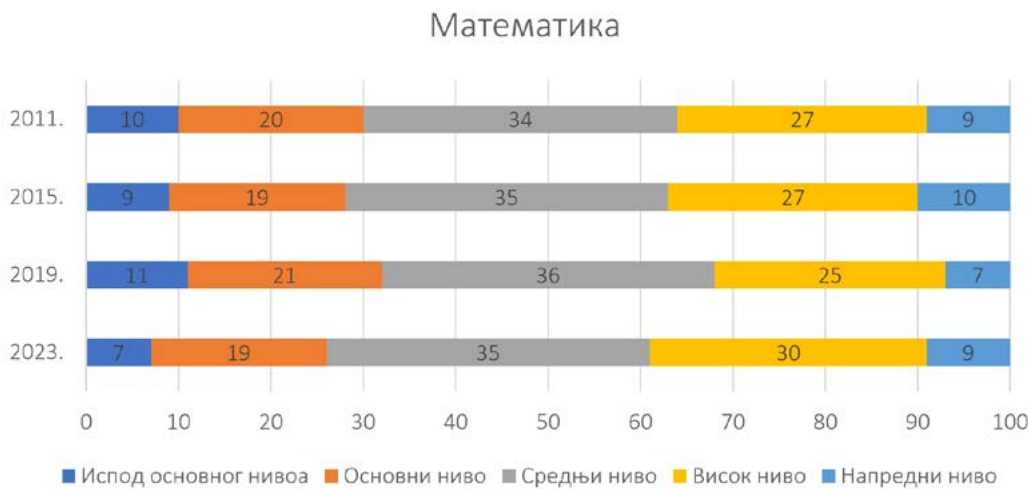
Графикон 1. Приказ постигнућа ученика из математике у четири TIMSS циклуса





На *Графикону 2.* приказани су трендови у процентима ученика који су постигли различите међународне референтне нивое знања из математике у истом периоду. Уочава се да је проценат ученика испод основног нивоа релативно стабилан, али се ипак постепено смањивао од 10% у 2011. години на 7% у 2023. години. У истом периоду, проценат ученика који достиже само основни ниво остао је приближно исти (око 20%). Највећи број ученика је на средњем нивоу постигнућа (око 35%), док је проценат ученика на напредном нивоу углавном стабилан (9–10%), уз мањи пад у 2019. години (Ранђеловић et al., 2024).

Графикон 2. Тренд у проценама ученика који су досијили одређени TIMSS међународни референтни ниво из математике у четири циклуса мерења



У *Табели 1.* приказана су постигнућа ученика из Србије на различитим когнитивним нивоима (знање, примена и закључивање) у математици. Уочава се благи пад на нивоу знања и закључивања у 2019. години, али је у најновијем циклусу остварен напредак на сва три когнитивна нивоа, при чему су резултати за закључивање највиши до сада.

Табела 1. Постигнуће ученика из математике према когнитивним нивоима кроз четири истраживачка циклуса

Домен	Знање	Примена	Закључивање
TIMSS циклус	математика	математика	математика
2011.	520	511	514
2015.	513	521	517
2019.	504	509	503
2023.	522	522	523



Подаци показују и да између девојчица и дечака у Србији нема стабилних разлика у постигнућима, већ се оне мењају у зависности од циклуса. Постигнућа су углавном била изједначена све до 2023. године, када је забележена израженија предност дечака (10 поена) (Ранђеловић et al., 2024).

Ученици из породица са највишим СЕС-ом, они ученици који се по условима школовања и породичним ресурсима налазе међу четвртином најбоље ситуираних, у просеку постижу око 50 поена више од ученика из четвртине најлошије ситуираних породица. Ове разлике су нешто мање од међународног просека, који износи око 53 поена у математици, али и даље указују на снажан утицај СЕС-а на постигнућа. Удео ученика из социоекономски повољнијих породица који достижу виши и напредни ниво постигнућа двоструко је већи него међу ученицима из најнеповољнијих услова. Посматрано кроз време, од 2011. до 2023. године овај јаз бележи благо, али постојано смањење (Ранђеловић et al., 2024). Тако је ова разлика између ученика који живе у најповољнијим и оних који живе у најнеповољнијим условима износила око 55 поена у циклусу 2011, око 53 поена 2015, смањила се на приближно 51 поен у 2019. и достигла 50 поена у 2023. години. Не смемо заборавити да су разлике и даље изражене, али пад од пет поена током последњих 12 година може указивати на постепено смањивање утицаја СЕС-а на постигнућа из математике. Овај тренд смањивања јаза нешто је повољнији од међународног просека, где су разлике кроз исте циклусе остале готово непромењене.

PISA је међународни програм процене постигнућа петнаестогодишњих ученика који спроводи Организација за економску сарадњу и развој (OECD). Истраживање се организује у трогодишњим циклусима од 1997. године ради процене читалачке, математичке и научне писмености. Од свог настанка, PISA је широко коришћен извор података о квалитету образовања јер омогућава упоредно сагледавање образовних система и њихових исхода у великом броју земаља и економија (више од 80 учесница у последњем PISA циклусу).



У погледу просечних постигнућа, у периоду 2009–2022. математичка писменост ученика из Србије бележи пад од 8 поена. Пад није велики, али је разлика у односу на претходни циклус статистички значајна (Графикон 3.). Просечно постигнуће које су остварили ученици из Србије у последњем циклусу (2022. године) је 440 поена што је за 32 поена ниже од OECD просека (Чапрић & Виденовић, 2024). Да бисмо разумели ову разлику, треба рећи да једна школска година (у OECD земљама) доприноси са око 35 поена постигнућу, што значи да су ученици из Србије изгубили читаву једну школску годину школујући се у овом образовном систему.

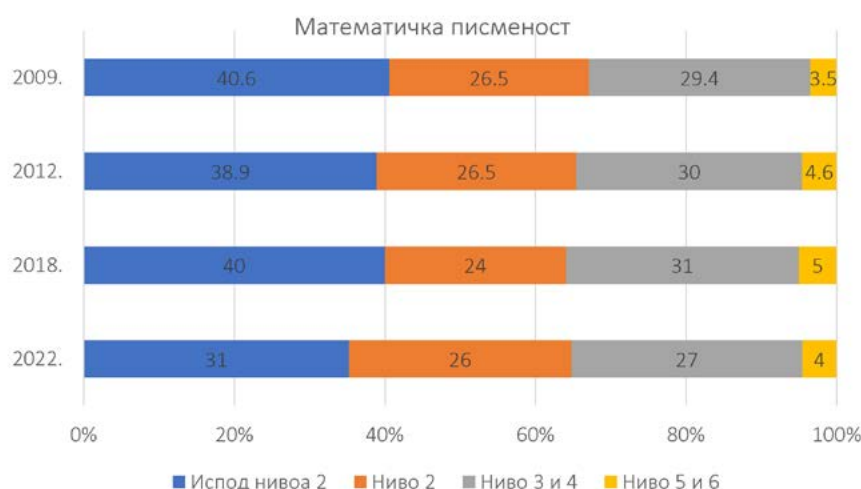
Графикон 3. Постигнућа ученика из математичке писмености у четири PISA циклуса



На Графикону 4. приказани су трендови у дистрибуцији ученика по нивоима постигнућа, изражени процентима ученика који су постигли различите референтне нивое из математичке писмености у последња четири PISA циклуса (2009–2022). Удео ученика испод нивоа 2 постепено се смањивао – са 40,6% у 2009. на 31,0% у 2022, што представља статистички значајну разлику. Ниво 2 је током целог посматраног периода достигао сваки четврти ученик у Србији (26,5% у 2009. и 2012, 24,0% у 2018. и 26,0% у 2022). Ово је уједно и најзаступљенији ниво, па бисмо могли да кажемо да је то ниво на којем функционише или на који је фокусиран образовни систем. Отприлике сваки трећи ученик налази се на нивоу 3 или 4, уз благи пад у последњем циклусу (од 29,4% у 2009. до 27,0% у 2022). Највиши нивои 5 и 6 остају ниско заступљени и приближно стабилни током свих циклуса (од 3,5% у 2009. до 4,0% у 2022) (Čaprić & Videnović, 2024).



Графикон 4. Постигнућа ученика по нивоима из математичке писмености у четири PISA циклуса



Када је реч о родним разликама, у задацима математичке писмености дечаци из Србије имају извесну предност у односу на девојчице, од 3 до 8 поена.

Од свих контекстуалних фактора који обликују образовне исходе, у нашем образовном систему највећи утицај остварује социјални, економски и културни статус породице у којој ученик живи (СЕС). И у другим образовним системима, СЕС је један од најзначајнијих корелата постигнућа и нема образовног система који успева да у потпуности неутралише допринос овог фактора. Ипак, наш образовни систем је у том погледу био компаративно међу успешнијима, јер је допринос овог фактора у свим претходним циклусима, до 2022, био испод међународног просека (СЕС објашњава око 12% варијансе у постигнућима ученика из Србије и око 15% у постигнућима ученика из OECD земаља) што је наш образовни систем квалификовало као праведнији. Међутим, ову предност смо изгубили 2022, када је праведност образовања, исказана преко СЕС-а, у Србији била на међународном просеку (Чапрић & Виденовић, 2024).

Ипак, разлике у образовним постигнућима које остварују ученици из најповољнијих и они из најнеповољнијих средина су значајне. Упоредићемо по 25% ученика који припадају овим категоријама. Ученици који живе у повољним породичним условима у Србији у просеку постижу 482 поена из математике, док вршњаци из неповољних средина постижу 401 поен. Дакле, јаз међу њима је 81 поен, што одговара периоду од две године школовања у OECD земљама. Такође, међу онима који живе у неповољним условима, више од половине (50-60%) остаје испод нивоа функционалне писмености, док је у најповољнијој четвртини тај удео између 20% и 26% у зависности од домена. Али, из групе оних који живе у лошим социо-економским условима издвојило се око 12% ученика који постижу високе резултате у математици (горњих 25% постигнућа), што је нешто више него у OECD земљама и указује на присуство академски отпорних ученика, али и на школу која је довољно осетљива да подржи овакве ученике.



Завршни испит на крају основног образовања је тренутно једини инструмент којим се мере образовна постигнућа ученика у Републици Србији. Испит има неколико функција: сертификациону (ученици који положи овај испит добијају уверење о завршеној основној школи), селекциону (остварени резултат на завршном испиту узима се у обзир приликом рангирања ученика за упис у средњу школу) и евалуациону функцију (на основу резултата постигнутих на завршном испиту врши се провера степена остварености образовних стандарда на крају основног образовања и васпитања). Сви ученици који завршавају други циклус обавезног образовања у обавези су да полажу завршни испит, као и одрасли који основно образовање стичу у складу са законом којим се уређује образовање одраслих.

Просечно постигнуће ученика исказује се на скали од 0 до 20 поена, док се за остале анализе користи стандардизована скала, чиме се обезбеђује упоредивост података кроз школске године. У Табели 2. приказана су постигнућа ученика за последњих пет година.

Табела 2. Постигнуће ученика на завршном испиту на крају основног образовања према предметима

Школска година	Српски/матерњи језик	Математика	Комбиновани тест
2020/2021.	13,31	12,40	14,69
2021/2022.	12,55	12,33	14,14
2022/2023.	10,74	11,90	14,42
2023/2024.	11,57	11,41	13,90
2024/2025.	11,59	11,78	13,83
2025/2026.	10,67	12,86	14,74

Напомена: Од школске 2022/2023. године ученици, поред теста из српског језика и књижевности и математике, уместо комбинованог полажу трећи тест по избору који садржи задатке из једног од пет наставних предмета биологија, географија, историја, физика и хемија (Недељковић, 2025).

За разумевање и интерпретацију добијених резултата важно је знати и дистрибуцију задатака по нивоима. Типично, у тестовима су највише заступљени задаци са базичног нивоа, а најмање са напредног. Тако су у последњем тестирању сви тестови имали по 9 задатака са базичног, 7 са средњег и 4 задатка са напредног нивоа. Табела 2. показује да ученици типично показују најбољи резултат на тзв. трећем тесту, односно из науке, без обзира да ли је наука мерена комбинованим тестом (који је укључивао пет предмета) или је упросечено постигнуће на појединачним предметним тестовима. Резултати тестова показују ниво испуњености одређених стандарда, па је тешко дати општу оцену постигнућа ученика из одређеног предмета. Али, оно што је очигледно јесте да су очекивања у погледу постигнућа виша него што је остварени резултат, посебно када се узме у обзир да су тестови у највећој мери засићени базичним знањима која би, по дефиницији, требало да



су савладали сви или готово сви ученици. Слабије резултате једним делом може да објасни и мањак мотивације ученика. Али, и да је то случај, мотивација свакако није једини фактор који доприноси припреми, а онда и постигнућу на завршном испиту. Детаљније анализе би дале додатне аргументе за размишљање о правцима унапређивања образовања и образовних постигнућа, а развој писмености у кључним областима, као што је математика, свакако спада у те правце.



ЦИЉЕВИ НАЦИОНАЛНОГ ПРОГРАМА ЗА РАЗВОЈ И ВРЕДНОВАЊЕ МАТЕМАТИЧКЕ ПИСМЕНОСТИ И ЊИХОВА ОПЕРАЦИОНАЛИЗАЦИЈА ЗА ПРИМЕНУ У НАСТАВИ И МЕРЕЊУ ОБРАЗОВНИХ ИСХОДА

1. Системско и континуирано подстицање развоја математичке писмености

Образложење: Писменост у области математике је сложен концепт чија сложеност првенствено долази од концептуалне и апстрактне природе садржаја математике. Сложеност долази и због све већих и разноврснијих утицаја математике на развој примењених дисциплина (инжењерство, архитектура и грађевинарство, финансије и банкарство, медицина или роботика). Ученицима је потребно да разумеју разноврсне ситуације и контексте у којима се математика примењује, не само због успеха у учењу, већ и због разумевања проблема са којима се суочава савремено друштво, глобално и локално, као и због функционалног и активног учествовања у животу заједнице.

Као и сваки предмет, и математика са собом носи своје специфичности које обликују начин мишљења младе особе. И захтеви који се постављају пред ученике су специфични, а ниво напора који се очекује од њих често је веома висок, па отуда и анксиозност у вези са могућношћу савладавања тих захтева која неретко резултира и губитком мотивације за учење математике. Шта се то тражи од ученика што математику може да учини одбојном? Пре свега, математика је концептуална дисциплина у којој се градиво постепено усложњава (ефекат снежне грудве), а учење никад не почиње испочетка, што ствара притисак на ученика који има доживљај (с разлогом) да не сме да пропусти ништа (Hattie, 2009). То је често праћено и осећајем беспомоћности када се изгуби нит, јер се заостатак у математици најтеже надокнађује самосталним радом (Ashcraft, 2002). И страх од грешке је чешће присутан у настави математике него у другим дисциплинама. Математичко решење је тачно или није тачно, а инсистирање на тачности одговора расте са образовним узрастом. И језик којим се служи математика је захтеван – апстрактан и симболички, па је ученицима проблем да се изражавају на овом језику. С друге стране, решавање математичких проблема јесте когнитивно захтевно, али сваки проблем који се успешно решава је уједно и сатисфакција за ученика која доприноси подизању његовог самопоуздања и самоефикасности. Отуда је настава математике заснована на решавању проблема модел који се све више афирмише, па и у нашој средини (нпр. Анић, 2015; Анић и Павловић Бабић, 2015).

Основна школа

Очекује се да, до завршетка 4. разреда основне школе, ученици овладају конкретним операцијама, а апстрактно мишљење се јавља у зачецима. То значи да су у стању да разумеју логичке односе међу објектима и појавама, што им омогућава да их разврставају (задаци класификације), ређају (задаци серијације) и предвиђају промене на њима (задаци конзервације). Истовремено, усвојили су не само основне вештине читања, већ и основне стратегије учења засноване на читању и активно их користе, што је важан предуслов и за математичку писменост. У старијим разредима ученици већ могу да се ослањају на апстрактно мишљење, а за достизање тог нивоа потребна је подршка наставе и наставника.



Настава у основној школи не би требало да буде пуко решавање задатака, већ процес којим се гради темељ за формално логичко размишљање. Уместо типских задатака, ученике би требало суочавати са проблемским ситуацијама у којима решење није очигледно, већ се од ученика очекује да сам или са вршњацима истражује путеве који воде до решења (Pólya, 1945; Schoenfeld, 1985). Када је реч о основној школи, најбоље је да су проблеми повезани са свакодневним животом, чиме се повећава мотивација ученика. Поштујући когнитивни развојни пут, настава математике би увек требало да иде од конкретног ка апстрактном, коришћењем различитих начина репрезентовања података, нпр. графикони, табеле, схеме, као међукорак (Bruner, 1966). Такође, настава не сме бити тренинг памћења алгоритама („Научи формулу и примени је”), ученик треба да разуме концепт који стоји иза формуле и процедуре коју примењује. Најзад, грешке које ученици праве би требало уважавати, а не кажњавати. Јер, оне су одличан алат за учење – анализом разлога који су довели до грешке постиже се дубље разумевање него пуким преписивањем тачног решења (Dweck, 2006).

Средња школа

Математичку писменост чине и комплексне когнитивне вештине које постају могуће са развојем мишљења као што је аналитичко резоновање, критичко вредновање или хипотетичко-дедуктивно мишљење које омогућава истраживање различитих хипотетичких ситуација (нпр. извођење импликација, предлагање и вредновање решења, формулисање алтернативних решења). На овом образовном нивоу математичка писменост укључује и овладаност метакогнитивним компетенцијама, као што је свест о постојању различитих приступа и стратегија решавања проблема и капацитет да се процени у којим ситуацијама се оне примењују тако да дају најбољи могући резултат. Са средњом школом, настава математике доживљава трансформацију, ослањајући се у све већој мери на математичко моделовање и критичку анализу решења/информација. Писменост ученика се не огледа само у прецизном израчунавању, већ и у способности да се на основу стварног проблема конструише одговарајући математички модел и да се конструише логички ланац закључивања. Од ученика се очекује и да уме да артикулише и образложи своје закључке, на пример, да објасни зашто је неко решење тачно (OECD, 2023). Математички писмени средњошколци користе програме, апликације и напредне технологије (на пример, за обраду, визуелизацију или анализу података), чиме се ослобађа простор да се настава помера ка интерпретацији резултата. С обзиром на то да су средњошколци потрошачи и корисници финансијских услуга, будући гласачи и учесници у локалним пројектима, настава математике добија и друштвену димензију. Писменост значи разумети и користити статистику и вероватноћу.

Дакле, шта се од наставе и наставника очекује на овом узрасту?

а) Повезивање са реалним животом и каријерама: Тинејџери често губе интересовање ако не виде сврху онога што уче. Зато би у настави требало да буде времена и за актуелна научна достигнућа у којима је препознатљива улога математике (нпр. роботика и примена роботике у медицини; новости у истраживањима свемира, океана, климе; вештачка интелигенција; видео-игре), јер се тако показује колико је математика релевантна за будућност;

б) Активна позиција ученика и облици активног учења: што подразумева употребу метода које ангажују ученика, на пример, у осмишљавању и реализацији дугорочних



пројеката, осмишљавању и реализацији истраживања, укључујући обраду, анализу и интерпретацију налаза. Добра стратегија је и идентификовање уобичајених заблуда (мисконцепција) и рад на доказима који потврђују или оповргавају одређено становиште;

в) Развијање критичког, хипотетичког и аргументативног мишљења.

2. Унапређивање компетенција наставника за развој и вредновање математичке писмености

Образложење: У школи, наставник има кључну улогу у стварању образовног окружења које омогућава ученицима да дубље разумеју и повезују садржаје наставних предмета што је основа за развијање кључних компетенција за целоживотно учење (Европски оквир кључних компетенција, 2018; Закон о основама система образовања и васпитања „Службени гласник Републике Србије“, бр. 88/2017, 27/2018 - др. закони, 10/2019, 6/2020, 129/2021, 92/2023, 19/2025 - члан 11). Са овим компетенцијама су усаглашени нови стандарди образовних постигнућа (2024) који стављају у први план сврху учења и функционалност знања која ученици током свог образовања стичу и активно примењују у многобројним ситуацијама школског и свакодневног живота. Образовни стандарди имају потенцијал да обликују наставну праксу, а добар наставник ће их користити као ресурсе за планирање и обликовање свакодневног рада са ученицима.

Ако би требало резимирати улогу наставника у развоју математичке писмености у школском контексту какав је у Србији издвојили би се следећи правци деловања: развој стратегија интелектуалног рада заснованих на формалној логици и когницији вишег реда, континуирано развијање математичких концепата и, у вези с тим, препознавање неразумевања и грешака у изградњи концепата и благовремене интервенције, затим, повезивање математике са њеним применама у различитим областима (медицина, технологија и рачунарство, инжењерство, економија и финансије, друштвене и природне науке, уметност, као и са применама у свакодневном животу сваког појединца). Сви ови правци у којима настава математике делује требало би да буду редовни и да се протежу кроз читав период доуниверзитетског образовања. Ово је посебно значајно из више разлога:

1. математика је један од предмета који су високо засићени концептуалним знањима, а развој концепата и система концепата тражи и време и благовремену подршку,

2. мањкавости у формирању концепата (непотпуни, погрешни, застарели) тешко да ће се исправити на неки други начин или на неком другом месту, зато је обавеза школе да делује,

3. настава математике је у доуниверзитетском образовању заступљена са великим бројем часова и то од најмлађег узраста, што је чини посебно осетљивом у погледу надокнаде пропуштеног градива.

За развој стратегија интелектуалног рада потребно је доста разноврсног искуства и прилика за ученике, а као посебно ефикасно показало се учење кроз ситуације решавања комплексних проблема, учења кроз реализацију пројеката и истраживања, као и учење у сарадњи са вршњацима. Стратегије интелектуалног рада су, бар у некој мери, специфичне за област у којој се испољавају, а од наставника се очекује и да познаје разноврсне стратегије и да уме да посредује тако да омогући ученицима да их и они развију. Ово умеће стиче се током иницијалног образовања наставника, дакле, пре уласка у наставни процес. Али, добра надоградња могу да буду и програми професионалног усавршавања током рада.



Очигледно је, такође, да брига о математичкој писмености не може да буде обавеза само наставника математике, то је и обавеза свих наставника природнонаучних дисциплина, свих осталих наставника, али и заједнице у којој ученици живе, а школа ради. Зато би основна препорука у погледу подизања компетенција наставника за рад на развоју математичке писмености било смислено, продуктивно и на циљ усмерено повезивање и умрежавање наставника.

Основна школа

Иако се сви правци деловања наставе и наставника очекују на свим образовним узрастима, рецимо да је у ранијим фазама, ипак, већи акценат на постављању темеља за развој сложених математичких концепата и развоју стратегија учења/обrade информација. Погодан амбијент за развој математичке писмености који наставник креира за ученике млађих узраста је онај који афирмише радозналост и даје јој предност у односу на тачност. Математичка знања би требало да се усвајају и вежбају без страха од неуспеха и од лоше оцене, јер се тако гради самопоуздање и самоефикасност. То важи и за старије основношколске узрасте, на којима је радозналост ученика и слобода постављања питања одличан индикатор за наставника да идентификује не само интересовања ученика, већ и мисконцепције и друге грешке у њиховом разумевању математике. Кључни предуслов за ову врсту наставе је оспособљеност наставника да сами освесте читав репертоар стратегија учења и активности које доприносе развоју математичке писмености, али и да умеју да посредују њихов развој код ученика. Као што је речено, за стицање ове наставничке вештине одговорно је иницијално образовање наставника, али и добро конципирани програми (обуке) професионалног усавршавања наставника.

Средња школа

Математичка писменост је, као и читалачка и научна, спона између школских садржаја и реалног живота. Усмеравањем ученика да разумеју и повезују математичка сазнања са личним искуством, да закључују и формирају своје ставове, да постављају питања и вреднују закључке и потенцијална решења, наставници успостављају везу између предметних садржаја и реалног живота, обезбеђујући на тај начин релевантност предметним садржајима. Контекстуализација наставних садржаја има и мотивациони ефекат јер подстиче радозналост и истраживачки дух ученика. Знања наставника постају све значајнија и специфичније доприносе знању ученика са преласком из основне у средњу школу (Begle, 1979), јер се фокус помера ка апстрактнијим формама, као и ка већој специјализацији и припреми ученика за наставак школовања на универзитетском нивоу, као и припреми за одабир занимања. Док је математика у основној школи често повезана са конкретним примерима, појмови са којима се ради у средњој школи су апстрактни и не дозвољавају непосредно искуство (не могу се опипати или видети) (Rittle-Johnson, 2017). Такође, очекује се да се развије математичко мишљење које захтева прецизан речник и формалне доказе, што је изазов и за наставнике и за ученике. А математика ће постати ближа ученицима уколико наставник подстиче и усмерава ученике ка каријерама у области математике и примењене математике. Промоцији математике као позива служе и модели – математичари са завидним каријерама (могу да гостују онлајн на часу и за већи број ученика), универзитетски професори, родитељи, ученици који су остварили успех на неком математичком такмичењу или бивши ученици



који су наставили да се баве математиком током студирања или у оквиру своје професије и људи из краја који свакодневно користе математику у обављању својих послова (спортисти и спортски радници, кувари, баштовани, лабораторијски техничари, здравствени радници, занатлије различитих профила...), а најбољи модел у овом погледу требало би да буде сам наставник.

3. Креирање амбијента који погодује развоју математичке писмености: повезивање свих актера из окружења у промовисању математике

Образложење: Развој било које писмености, па и математичке, своје утемељење има у породици, јер се математичка писменост гради од прве речи, приче и књиге, филмова и ТВ емисија које се деле и коментаришу у породичном кругу. Родитељи су први учитељи, али њихова учитељска улога не престаје с поласком детета у школу. Исто важи и за окружење у којем се деца крећу, као и за окружење у којем се налази школа. У свету напредних информационих технологија, повезивање са појединцима, установама и институцијама из окружења постаје све приступачније и лакше. Њихово активно укључивање у процес неговања математичке писмености омогућава деци да од најранијег узраста доживе математику као један од саставних елемената свакодневног живота.

Основна школа

Улога школе била би у идентификацији и ангажовању ресурса расположивих унутар школе и у средини у којој се школа налази. Школама су, осим онога што се дешава на настави, доступни и други ресурси за подстицање развоја математичке писмености, па је потребно да те ресурсе идентификују и ставе у функцију учења и наставе. Ту се, пре свега, мисли на ресурсе којима располаже средина у којој се школа налази, али у време развијених информационих технологија, додатне ресурсе треба тражити на интернету и кроз сарадњу са територијално удаљеним, али онлајн доступним институцијама и појединцима.¹ Са своје стране, и локална средина такође може да допринесе на различите начине, али је на школи да успостави сарадњу и дефинише прилике за учење.

Средња школа

Све што је речено о начинима на који се култивише однос према математици и математичкој писмености у основној школи, важи и на средњошколском узрасту, и то у још већој мери. Оно што се са узрастом мења јесте способност ученика да прати садржаје и на неком другом језику осим матерњег, чиме се потенцијални ресурси умножавају. Такође, на овом узрасту ученици могу и самостално да проналазе и користе ресурсе, да то раде у вршњачкој групи у условима сарадње, као и да сами и/или уз подршку школе и наставника креирају нове ресурсе и ставе их другима на располагање.

¹ Списак корисних дигиталних ресурса за подстицање развоја математичке писмености налази се у Прилогу 1.



АКЦИОНИ ПЛАН - ПРЕДЛОЗИ АКТИВНОСТИ ЗА ПОДСТИЦАЊЕ РАЗВОЈА И ВРЕДНОВАЊА МАТЕМАТИЧКЕ ПИСМЕНОСТИ У ОСНОВНОЈ ШКОЛИ

Циљ 1: Системско и континуирано подстицање развоја математичке писмености	
а) Развијање основних математичких појмова и математичког мишљења	
Активност	Показатељ (ученик)
Наставник приказује слике различитих објеката или природних појава и подстиче ученике да опишу шта виде, без именовања. Ученици у паровима повезују унапред задате појмове са сликама и образлажу свој избор на основу уочених карактеристика. Потом, ученици треба да напишу једно својство по којем се задати појмови разликују, и да их потом организују у групе по задатом критеријуму.	Ученици успешно препознају слику задатог примера и класификују примере према уоченим својствима; прецизно користе математичке појмове у описивању и аргументовању избора, и уочавају сличности и разлике између категорија и појединачних примера.
Ученици у паровима играју игру „Погоди појам“, користећи скуп претходно обрађених математичких појмова. Један ученик извлачи појам и описује га, без изговарања назива, користећи примере из свакодневног живота и повезивање са другим појмовима.	Ученици прецизно користе математички речник за објашњавање појмова, издвајају њихова кључна својства, успостављају везе са сродним појмовима и разумеју описе које дају други ученици.
Наставник задаје ученицима да, након решавања задатка (нпр. из претходних активности), припреме усмено или писано објашњење поступка: шта је дато, шта је тражено, који су кораци решавања, зашто су изабрали тај поступак и како могу да провере резултат.	Ученици објашњавају поступак корак-по-корак и користе одговарајућу математичку терминологију. Ученици аргументују избор поступка и наводе начин провере.
Наставник задаје ученицима да направе појмовну мапу за одређену математичку тему. Ученици постављају главни појам, остале појмове и повезују појмове линијама које имају смисао.	Ученик уочава везе између математичких појмова, хијерархијски организује математичко знање (главни појам, подпојмови, примери), развија дубље разумевање математичких појмова уместо меморисања изолованих правила.



Наставник ученицима приказује ситуацију из свакодневног живота (слику, кратку причу или конкретне предмете – нпр. школски прибор на столу). Задатак ученика је да уоче математичке односе и поставе што више математичких питања, а потом реше задатак.	Ученик уочава математичке односе у датој ситуацији, формулише математичка питања, примењује одговарајућу математичку операцију и образлаже начин решавања користећи математичку терминологију.
---	--

б) рад са ђогацима; употреба сложених математичких јосиујака и сирашеија у различитим ситиуацијама

Активност	Показатељ (ученик)
Наставник задаје ученицима да на карти Европе и Балкана одреде апсолутни положај Србије (географска ширина и дужина) и да опишу њен релативни положај (у односу на суседне државе, близину мора и главне саобраћајне коридоре). Затим ученици, користећи дигиталне карте, мере удаљености на релацијама Београд–Будимпешта и Београд–Солун, и анализирају могуће саобраћајне правце и њихов значај, како би утврдили због чега је значајан положај Србије.	- Ученик уз коришћење референтних линија одређује апсолутни положај Србије. Ученик користи просторне оријентире приликом одређивања релативног положаја Србије. Ученик на дигиталној карти мери растојања на задатим релацијама, по потреби користи размеру/мерну скалу, упоређује резултате и образлаже закључке о саобраћајним правцима на основу квантитативних показатеља (нпр. дужина руте, поређење различитих опција, приближне процене и заокруживање). - Ученик исправно формулише закључак у форми тврдње: „Положај Србије је значајан јер...” (уз навођење аргумената).
Наставник ученицима задаје податке о увеличању објектива и окулара, ученици треба да израчунају колико је увеличање микроскопа.	Ученици уочавају да увеличање микрокопа зависи од комбинације сочива и примењују множење у реалној ситуацији.
Ученици са наставником анализирају различите врсте лабораторијског посуђа. Поређењем облика разматрају како геометрија посуде утиче на њену намену (стабилност посуде, ефикасност мешања раствора, равномерно загревање течности).	Ученик препознаје геометријске облике лабораторијског посуђа, повезује их са запремином посуде и објашњава зашто је одређени облик погодан за мешање, мерење или загревање супстанци.



Наставник ученицима даје текст о водним богатствима Србије, региона или Европе који садржи бројчане и описне податке (нпр. дужине речних токова, дубине језера, као и податке о биљном и животињском свету). Ученици треба да издвоје релевантне информације из текста и да: прикажу графички дужине речних токова, упореде дубине језера и формулишу закључке о најдубљим/најплићим језерима. На крају, ученици табеларно и графички представљају податке о биљном и животињском свету (нпр. груписање по категоријама, број врста/присуство врста).	Ученици из текста издвајају релевантне бројчане и описне податке и организују их тако да се могу даље обрадити (нпр. списак река са дужинама, језера са дубинама, групе/врсте биљног и животињског света).
Наставник представља тајни код као низ математичких операција или правила (нпр. шифровање текста бројевима, или трансформације бројева по корацима). Ученици треба да дешифрирају задате поруке применом правила како би открили тајну поруку.	Ученици примењују задато правило као низ математичких операција да дешифрирају кодиране поруке, при чему прате и записују кораке поступка. Ученици проверавају исправност решења и образлажу на који начин правило доводи до коначног резултата, користећи одговарајући математички језик.
Наставник даје табелу/инфографик са материјалима (папир, стакло, пластика, алуминијум...) и проценом времена за разлагање материјала. Ученици треба да класификују материјале на разградиве/неразградиве и израчунају колико је година потребно да се одређени материјал разгради. Потом, наставник води дискусију о факторима који утичу на разградњу (влага, температура, количина сунчеве светлости, кисеоник) и формулишу предлоге за очување животне средине (смањење и/или поновна употреба, рециклажа...).	Ученици класификују материјале на разградиве и неразградиве и на основу датих информација рачунају време које је потребно да би се одређени материјал разложио. Кроз дискусију, ученици идентификују факторе који утичу на разградњу и дефинишу предлоге за очување животне средине.



Наставник задаје ученицима да анализирају податке са интернет страница/реклама произвођача возила или из дате табеле (нпр. $g \text{ CO}_2/\text{km}$). Ученици треба да упореде више возила, израчунају емисију за једну вожњу одређене дужине и процене укупну емисију за недељу/месец/годину дана за задати образац кретања и формулишу закључке о утицају избора превоза на животну средину.	Ученици анализирају податке, прецизно рачунају емисију гаса и на основу добијених информација доносе закључке о утицају избора превоза на животну средину.
Током екскурзије или наставе у природи, наставник организује задатак оријентације у ком ученици најпре користе компас да одреде стране света. Затим наставник задаје две до три тачке на терену (нпр. полазна тачка, видиковац, споменик) и усмерава ученике да их пронађу и прате руту на дигиталној карти или GPS апликацији. На крају, ученици процењују и израчунавају приближну удаљеност између изабраних тачака користећи скалу на карти или алат за мерење растојања у апликацији.	Ученици користе просторне релације за одређивање положаја (испред, иза, лево, десно). Повезују стране света и положај са појмом угла и величине угла. Врше сабирање и одузимање углова датих у степенима, минутима и секундама. Користе карту и њену размеру и израчунавају стварну удаљеност изабраних тачака.
Наставник подстиче ученике да заједно са родитељима анализирају потрошњу електричне енергије у домаћинству тако што ће у договореном периоду бележити податке са рачуна или бројила (укупна потрошња, потрошња по нижој и по вишој тарифи). Затим ученици податке приказују графички и анализирају промене у потрошњи, повезујући их са могућим узроцима (нпр. већа потрошња зими због грејања, у летњем периоду због коришћења клима-уређаја). На крају, на основу уочених образаца ученици предлажу начине за умањење потрошње у домаћинству.	Ученик бележи податке о потрошњи електричне енергије за договорени период (укупно, нижа и виша тарифа) и уноси их у табелу. На основу табеле прави једноставан графички приказ (нпр. стубичасти/линијски) и уочава да ли потрошња расте или опада и у ком периоду је највећа. Ученик наводи разлоге за уочену промену и предлаже начине како домаћинство може да смањи потрошњу.



Наставник задаје ученицима задатак да израчунају трошкове екскурзије/наставе у природи и на основу датих података осмисле динамику плаћања (нпр. укупна цена по ученику, број рата, висина учешћа у готовини, рокови плаћања).	Ученици израчунавају колико износи једна рата. Ученици осмишљавају динамику плаћања уколико се део новца уплати у готовини, а преостали износ на рате.
Наставник ученицима даје план позоришне/биоскопске сале са распоредом седења. Ученици читају план и проналазе задата седишта тако што повезују распоред са идејом Декартовог координатног система (број ред као једна координата, а број седишта у реду као друга координата).	Ученици читају план сале, проналазе одређено седиште повезујући распоред седишта са Декартовим координатним системом; читају римске цифре (које означавају број реда).
Наставник ученицима даје табеларни распоред полазака на аутобуској/железничкој станици. Ученици треба да издвоје релевантне термине, израчунају трајање путовања и време стицања на дестинацију (као и на успутне станице ако су дате). Затим ученици треба да пронађу дестинацију на карти, и измере удаљеност између њих и пореде удаљеност са временом путовања. На крају, уз Google Maps (или сличну алатку) траже најоптималнију руту по договореном критеријуму и пореде са трасом аутобуса/воза.	Ученици уочавају термине полазака и израчунавају време путовања и време стицања на коначно одредиште и успутне станице. Ученици проналазе одређене дестинације на географској карти и мере удаљеност између дестинација, проналазе оптималну руту и пореде време путовања. На основу података о времену путовања и пређеног пута ученици рачунају средњу брзину.
Наставник задаје ученицима да попуне свој распоред часова. Ученици затим треба да развију једноставан алгоритам планирања дана: да одреде време завршетка сваког часа и наставе у целини, израчунају укупно време проведено у школи, као и колико од тог времена чине часови, а колико одмори. Ученици резултате треба да прикажу табеларно и анализирају како би боље испланирали своје активности пре/после школе.	Ученици уписују свој распоред часова; развијају алгоритам; одређују време завршетка сваког часа и наставе у току једног дана, као и удео времена које проведу на настави, а који на одморима (односно могу приказати процентуално и/или у облику разломка). На основу тога ученици планирају своје активности пре и после школе.



Наставник ученицима даје план града са улицама и називима. Ученици читају називе улица и посматрају распоред улица као праве у равни. Наставник усмерава ученике да уоче и обележе примере паралелних улица, улица које се секу под правим углом (нормалне праве) и улица које се секу под углом који није прав. Наставник задаје ученицима да измере под којим углом се секу улице града.	Ученици читају називе улица и проналазе задате локације на плану. Ученици препознају и на плану обележавају примере паралелних правих, нормалних правих и правих које се секу под углом који није прав. Код улица које нису паралелне, ученици утврђују под којим углом се секу користећи лењир, троугаони лењир или угломер.
Наставник ученицима даје план града са улицама и називима. Ученици читају називе улица и посматрају распоред улица као праве у равни. Потом, ученици добијају задатак алгоритамског кретања: од полазне тачке до циља формулишу низ корака (нпр. „крећем се право, скрећем у 2. улицу лево...“) и проверавају да ли алгоритам води до тачне локације.	Ученици формулишу низ корака као алгоритам кретања и проверавају његову исправност тако што прате упутство на плану града и стижу до циља.
Наставник усмерава ученике да користе географске карте, дигиталне карте или GIS алате како би анализирали просторни распоред појава (нпр. насељеност, природни ресурси, саобраћајне правце). Ученици мере растојања, користе размеру карте и упоређују просторне односе између различитих локација.	Ученик користи размеру карте и аналогне и/или дигиталне алате за мерење растојања и површина, упоређује вредности и формулише закључке о просторним односима и значају географског положаја на основу квантитативних показатеља.
Ученици измере пут од 10 m, а затим један ученик пређе тај пут споро, нормално и трчећи, док други ученик мери време помоћу телефона и/или хронометра. На основу измерених података ученици користе формулу за брзину да израчунају брзину кретања и резултате уписују у табелу или приказују на графику.	Ученик правилно примењује формулу за брзину, израчунава добијене вредности и на основу резултата закључује да са повећањем брзине време потребно за прелазак истог пута опада, односно препознаје обрнуту пропорцију између брзине и времена и повезује математички појам пропорције са физичким појмом кретања.
Наставник задаје ученицима да пронађу површину и запремину органа (плућа, кора великог мозга, танко црево), а затим да прикажу однос површине и запремине преко модела.	Ученици уочавају однос површине и запремине органа и разумеју значај повећања површине у односу на запремину.



Наставник садржаје рада повезује са примерима активности и огледима карактеристичним за наставу физике. Нпр. појам директне сразмерности уводи кроз предвиди-посматрај-објасни активност са опругом и теговима: колико пута се повећа сила која делује на опругу, толико пута се повећа истезање.	Ученик повезује математичке појмове са појавама које су предмет проучавања физике. Нпр. уочава директну сразмерност силе која делује на опругу и њеног истезања.
Наставник организује заједничко праћење времена тако што ученици током 7 узастопних дана свакодневно бележе основне метеоролошке податке (температура у °C, облачност: ведро/облачно, падавине: да/не) и уносе их у временску табелу. Након истека периода праћења, наставник усмерава ученике да податке из табеле прикажу и графички (нпр. линијски или стубичасти графикон за температуру), уз договор о осама и јединицама. Потом наставник води дискусију о томе шта се може закључити на основу једнонедељних података, а шта не, и на који начин различити графички прикази олакшавају уочавање трендова, поређење вредности и тумачење података. Наставник подстиче ученике да процене који су подаци погодни за графички приказ (нпр. температура која се представља бројчано), а који захтевају другачији начин представљања (нпр. облачност и падавине које се бележи као категорија). На крају, наставник усмерава ученике да образложе зашто се клима не може одредити на основу кратког периода посматрања, већ захтева дугорочна мерења.	Ученици током 7 узастопних дана доследно и прецизно бележе температуру, облачност и падавине и попуњавају временску табелу. На основу табеле израђују графички приказ температуре, и правилно читају и тумаче приказ. Ученици пореде добијене податке са званичним подацима и уочавају променљивост времена, образлажу који су подаци погодни за различите облике приказивања, и на основу доказа из података објашњавају зашто једнонедељна мерења описују време, а не климу, уз закључак да је за одређивање климе потребан дужи период посматрања.



Наставник задаје ученицима скуп табеларних података о становништву (нпр. број становника по насељима/општинама, промене кроз време, старосна структура, подаци о рађању, смртности). Ученици сортирају и организују податке у одговарајућу табелу, израчунавају основне мере централне тенденције (средњу вредност, медијану и мод) и примењују процентни рачун (нпр. удео категорије у укупној популацији). На основу припремљених података ученици израђују одговарајући графички приказ. Наставник усмерава ученике да упореде репрезентације и уоче кључне обрасце (највеће/ најмање вредности, трендове, одступања).	Ученик сортира и организује податке о становништву у прегледну табелу, израчунава средњу вредност, медијану и мод за задати скуп података и примењује процентни рачун (нпр. израчунава удео или процентну промену). Ученик израђује дијаграм (ручно и/или користећи дигиталне алате) и чита и тумачи добијене резултате, издвајајући најважније закључке (нпр. доминантну категорију/вредност, тренд раста или пада, значајна одступања) уз образложење засновано на подацима.
Наставник задаје ученицима скуп статистичких података о становништву (нпр. број становника по старосним групама и полу за одређену државу или регион, подаци из пописа становништва или база као што су <i>UN Population Division</i>, <i>Eurostat</i> или Републички завод за статистику). Ученици организују податке у табелу и на основу њих конструишу полно-старосну пирамиду. Наставник усмерава ученике да анализирају облик пирамиде, упореде однос мушког и женског становништва по старосним групама и уоче демографске обрасце.	Ученик организује статистичке податке о становништву у табелу и на основу њих конструише полно-старосну пирамиду. Ученик правилно чита и тумачи добијени графички приказ, препознаје тип полно-старосне пирамиде и на основу облика пирамиде изводи закључке о демографским карактеристикама популације (нпр. да ли становништво расте, стагнира или опада, однос младог и старог становништва, полна структура). Ученик аргументовано образлаже закључке на основу података и предлаже примерене мере популационе политике.



Наставник задаје ученицима да пронађу и означе националне паркове на карти Србије. Затим, наставник ученицима представља стубичасте графиконе на којима су дате површине националних паркова. Ученици читају и упоређују вредности са графикона и утврђују који парк има највећу, а који најмању површину. Потом, наставник ученицима задаје да паркове поређају по величини, да израчунају разлике у површини националних паркова и укупну површину територије Србије која има статус националног парка, као њихов удео у укупној површини Србије.	Ученици проналазе и означавају националне паркове на карти Србије. Ученици читају вредности са стубичастог графикона и утврђују који национални парк има највећу, а који најмању површину. Ученици ређају паркове по величини (од најмањег до највећег или обрнуто), израчунавају разлике у површини националних паркова, укупну површину националних паркова и представљају њихову удео у укупној површини Србије уз помоћ разломка и/или процената.
Наставник усмерава ученике да користе географске и статистичке податке из различитих међународних извора у којима се користе различити мерни системи. Ученици анализирају податке и врше прерачунавање из једног мерног система у други (нпр. растојања из миља у километре, надморске висине из стопа у метре, количину падавина из инча у милиметре, температуру из Фаренхајтове у Целзијусову скалу).	Ученик препознаје мерне јединице у којима су приказани подаци, примењује одговарајуће односе за прерачунавање (нпр. миље–километри, стопе–метри, инчи–милиметри, Фаренхајт–Целзијус), врши прорачуне и тумачи добијене вредности у географском контексту.
Наставник задаје ученицима проблемску ситуацију у којој су познати подаци о температури ваздуха (или ваздушном притиску) на једној локацији познате надморске висине и вредност просечног вертикалног термичког градијента. Ученици добијају податак о температури ваздуха на другој локацији и треба да процене, а затим да одреде њену приближну надморску висину.	Ученик препознаје да се температура ваздуха (и ваздушни притисак) мења са порастом надморске висине и користи задату вредност термичког (или бариичког) градијента како би израчунао висинску разлику између две локације. Ученик примењује однос између промене температуре (или ваздушног притиска) и висине, врши прорачун и одређује приближну надморску висину посматране тачке. Ученик образлаже добијени резултат и тумачи га у географском контексту.



Наставник задаје ученицима скуп метеоролошких података (нпр. средње месечне температуре ваздуха, количине падавина и учесталост ветрова за одређену метеоролошку станицу). Ученици организују податке у табеле, израчунавају просечну месечну и годишњу температуру ваздуха, укупну годишњу количину падавина и анализирају њихов годишњи режим. На основу добијених података ученици израђују одговарајуће графичке приказе (клима-дијаграм, ружу ветрова) и упоређују резултате за различите географске области. Наставник усмерава ученике да уоче кључне климатске обрасце (максимуме, минимуме, сезонске разлике и правилности).	Ученик правилно организује климатске податке у табелу, израчунава просечне месечне и годишње температуре и укупну количину падавина, уочава режим падавина током године и на основу података конструише клима-дијаграм и ружу ветрова. Ученик правилно чита и тумачи графички приказ, уочава најтоплије и најхладније периоде, максимум и минимум падавина и образлаже климатске карактеристике посматране области.
Наставник задаје ученицима статистичке податке о становништву (нпр. број становника по старосним групама и полу, број рођених и умрлих у одређеном периоду). Ученици организују податке у табелу, израчунавају стопу наталитета, морталитета и природног прираштаја, а затим на основу података конструишу полно-старосну пирамиду. Наставник усмерава ученике да анализирају облик пирамиде, упореде старосну структуру становништва и уоче демографске обрасце.	Ученик организује демографске податке у табелу и израчунава стопу наталитета, морталитета и природног прираштаја. Ученик на основу података конструише полно-старосну пирамиду са правилно означеним осама и старосним групама и тумачи добијени графички приказ, уочавајући карактеристике старосне структуре и демографске трендове (раст, стагнацију или опадање становништва).



Циљ 2: Унапређивање компетенција наставника за подстицање развоја и вредновање математичке писмености	
а) Стручно усавршавање наставника	
Активност	Показатељ (наставник)
Наставник редовно похађа акредитоване обуке или стручне скупове који су релевантни за математичку писменост, истраживачку наставу, формативно вредновање и/или активно учење.	Наставник примењује нове стратегије и приступе у настави, осмишљава и реализује истраживачке/проблемске задатке који подстичу различите нивое математичког резоновања и бележи промене у ученичком приступу истраживању и решавању задатака.
Наставник организује усавршавање у школи у вези са приступима развијања математичке писмености код ученика (нпр. микросесије, педагошке радионице, отворени дани школе).	Наставник промовише нове стратегије за подстицање развоја и вредновање математичке писмености.
Наставник развија наставне ресурсе за подстицање математичке писмености (нпр. табеле за бележење корака у решавању проблема, шаблони за графиконе, мапе појмова, задаци за вежбање).²	Наставник користи развијене ресурсе у настави, прилагођава их различитим групама ученика, прати напредак и бележи исходе.
Наставник учествује у раду стручних удружења.	Наставник прати актуелности у организацији стручних удружења, примењује нове приступе и дели искуства са колегама у школи и изван ње.
б) Хоризонтално учење и повезивање наставника унутар школе и/или између школа	
Активност	Показатељ (наставник)
Формирање школских тимова за унапређивање математичке писмености који редовно размењују примере добре праксе и развијају заједничке материјале (нпр. истраживачке листиће, шаблоне за табеле и графиконе, рубрике за закључивање и аргументовање).	Наставник учествује у раду школског тима за унапређивање математичке писмености. Учествује у размени материјала и искустава са колегама, као и у развијању заједничких материјала.

² Списак корисних дигиталних ресурса за подстицање развоја математичке писмености налази се у Прилогу 1.



Наставник се повезује са наставницима из других школа ради размене приступа и ресурса за развој математичке писмености.	Наставник активно учествује у мрежама или групама са наставницима из других школа ради размене приступа и ресурса за подстицање математичке писмености.
Наставник креира или доприноси заједничком дигиталном репозиторијуму за материјале који доприносе визуелизацији математичких појмова и развоју математичке писмености.	Наставник користи, ажурира и доприноси банкама наставних материјала унутар школе или мреже школа, уз прилагођавање материјала различитим узрастима и групама ученика и уз размену кратких белешки о ефектима примене (шта је функционисало, шта треба мењати).
Наставник иницира и реализује међупредметну сарадњу кроз тематске часове/дане/недеље у којима се једна тема обрађује из перспективе више предмета. Заједно са колегама планира активности које укључују истраживачки рад (посматрање, мерење, израчунавање), радионице и принцип „обрнуте учионице“, као и ученичку продукцију (израда појмовних мапа, дигиталних плаката, постера, видео-прилога, презентација).	Наставник, у сарадњи са колегама који предају различите предмете, планира и реализује тематске часове/дане/недеље у току школске године који укључују истраживачке активности, ученичку продукцију и завршну презентацију, при чему документује ток и исходе активности (план, материјали, ученички радови и рефлексиија о активности).
Наставник користи могућности еТwinning платформе и Еразмус+ програма за умрежавање, међушколску и међународну сарадњу, размену наставних пракси и развој компетенција за савремену наставу.	У складу са искуством и интересовањима, наставник учествује у различитим облицима активности (нпр. онлајн пројекти и партнерства, вебинари и курсеви, мобилности и студијске посете), уз планирање како ће стечена знања и материјале применити у настави.
Наставник пружа менторску подршку млађим наставницима кроз планирање наставе, заједничко осмишљавање активности и материјала, посматрање часова и конструктивну повратну информацију, као и кроз моделовање пракси које подстичу математичку писменост.	Наставник реализује менторски циклус са најмање једним млађим наставником (заједничко планирање, најмање једно посматрање часа или ко-настава, повратна информација и договорени наредни кораци) и бележи договорене промене и уочене ефекте у пракси.



Наставници предметне наставе и учитељи сарађују кроз заједничко планирање и анализу наставе, размену материјала и посматрање часова. Наставници предметне наставе доприносе продубљивању научних садржаја, појмова и тумачења, док учитељи представљају приступе интегрисаној настави, међупредметном повезивању садржаја и методе које подстичу креативност и активност ученика.	Наставник учествује у циклусу сарадње са учитељем и у наставној пракси примењује увиде из ове размене, било кроз продубљивање научних објашњења, било кроз примену приступа интегрисаној настави и међупредметном повезивању садржаја.
---	--

Циљ 3: Креирање амбијента који погодује развоју математичке писмености: Повезивање свих актера из окружења у промовисању математике

а) Коришћење школских ресурса за креирање амбијента који погодује развоју математичке писмености

Активност	Показатељ (ученик)
Школа учествује у организацији активности поводом „Маја месеца математике“. То могу бити различити јавни догађаји попут: радионица, изложби игара, мини-предавања како за ученике, тако и за родитеље и локалну заједницу.	Ученик припрема и представља математички садржај широј публици.
Организовање школског дана математике и тематских манифестација у школи.	Ученик активно учествује у активностима и показује позитиван став према математици.
Организовање школских такмичења, квизова и математичких изазова.	Ученик показује иницијативу и мотивацију за решавање сложенијих проблема.
Израда школског паноа или дигиталне платформе „Математика у нама и око нас“. Истражују примере примене математике у природи, науци и свакодневном животу (нпр. златни однос у пропорцијама тела, Фибоначијев низ у биљкама, кристалне решетке у минералима, температурне скале, тврдоћу воде, проценат хранљивих материја у намирницама).	Ученик прикупља и организује податке, препознаје примере примене математичких појмова у природи и науци и самостално представља резултате свог истраживања.



<i>б) Умрежавање школе са локалном заједницом и релевантним институцијама које се баве промоцијом математике</i>	
Активност	Показатељ (ученик)
• Сарадња са факултетима, научним институцијама и привредом (гостујућа предавања, радионице).	• Ученик препознаје примену математике у различитим професијама.
• Пројектна настава у сарадњи са локалном заједницом (истраживање цена, саобраћаја, екологије, заштита животне средине).	• Ученик примењује математику у реалним ситуацијама.
• Учешће у манифестацијама које су посвећене промоцији математике. ³	• Ученици посећују и учествују у манифестацијама које су посвећене промоцији математике.
<i>в) Унапређивање сарадње са родитељима/законским заступницима ради развоја математичке писмености деце</i>	
Активност	Показатељ (ученик)
• Школа подстиче родитеље/законске заступнике да укључе децу у решавање свакодневних ситуација (планирање кућног буџета, анализа рачуна, обрачунавање попушта, израчунавање камате, рате кредита).	• Ученик заједно са родитељима/законским заступницима решава свакодневне животне ситуације моделујући их у математичке проблеме.
• Организовање породичних математичких изазова у оквиру којих би родитељи/законски заступници једном месечно заједно са ученицима решавали дати математички проблем и/или осмишљавали математичке проблеме које би ученици заједно са наставником решавали у школи.	• Ученик заједно са родитељима/законским заступницима осмишљава и/или решава математичке проблеме и припрема презентацију решења за остале ученике из одељења.
• Наставник организује школски догађај (породични STEAM дан) са радионицама, демонстрацијама, изложбом пројеката и ученичким вођењем „станица“ (оглед, плакат, дигитални приказ, прототип), уз укључивање шире јавности.	• Ученик јавно представља свој рад, објашњава поступак и резултат и одговара на питања ослањајући се на доказе.

³ Преглед манифестација, догађаја и институција које доприносе популаризацији математике се налазе у Прилогу 2.



АКЦИОНИ ПЛАН - ПРЕДЛОЗИ АКТИВНОСТИ ЗА ПОДСТИЦАЊЕ РАЗВОЈА И ВРЕДНОВАЊА МАТЕМАТИЧКЕ ПИСМЕНОСТИ У СРЕДЊОЈ ШКОЛИ

Циљ 1: Системско и континуирано подстицање развоја математичке писмености	
а) Овладавање сложеним математичким појмовима и развијање математичког мишљења	
Активност	Показатељ (ученик)
Наставник задаје ученицима да направе појмовну мапу за одређену математичку тему. Ученици постављају главни појам, остале појмове и повезују појмове линијама које имају смисао.	Ученик уочава везе између математичких појмова, хијерархијски организује математичко знање (главни појам, подпојмови, примери), развија дубље разумевање математичких појмова уместо меморисања изолованих правила.
Једном недељно наставник организује час посвећен решавању нестандартних задатака који изискују више стратегија решавања, уз анализу грешака ученика и подстицање дискусије међу ученицима.	Ученици у групама раде на решавању нестандартних задатака, међусобно дискутују и размењују идеје о стратегији која би била најадекватнија за решавање одређеног проблема.
Наставник организује игру „Потрага за благом“. Ученици решавају задатке, а свако решење води ка следећој учioniци у којој се налази задатак вишег нивоа. Након решавања сваког од задатака, ученици добијају стикер као потврду да су решили задатак који могу да сликају и окаче на апликацију <i>Padlet</i>. Игра се завршава када најбржи тим ученика открије благо.	Ученици у групама раде на решавању задатака, сарађују и негују такмичарски дух.



Наставник даје задатак ученицима да путем дигиталних алата (нпр. GeoGebra, Wolfram Mathematica, Desmos)⁴ истраже како се мења изглед графика функције када се мењају вредности њених параметара. Ученици у софтвер уносе алгебарски запис функције (нпр. линеарне, експоненцијалне, логаритамске, тригонометријске) и креирају клизаче за параметре функције. Померањем клизача ученици посматрају како се график функције мења и бележе уочене промене. Ученици упоређују различите случајеве, дају претпоставке на који начин промена параметара утиче на изглед графика (нпр. на нагиб графика функције, промену амплитуде, периода функције).	Коришћењем дигиталних алата ученици путем клизача самостално мењају вредности параметара функције и прате на који начин те промене утичу на облик, положај и друге особине графика функције. На основу посматрања промене изгледа графика уочавају како се мењају карактеристике графика функције (нпр. график се помера дуж координатних оса, мења се нагиб графика, амплитуда, период функције). Ученици усмено објашњавају на који начин мењање вредности параметара утиче на промену изгледа графика функције.
Наставник даје ученицима задатак да испланирају обилазак неколико локација у граду (нпр. музеја, парка, галерије и градске библиотеке) тако што ће пронаћи пут којим је могуће сваку локацију посетити само једном. Ученици треба да пронађу такав пут и да утврде да ли је решење јединствено или постоји више различитих решења.	Ученици дати проблем представљају у облику графа и проналазе пут који кроз сваки чвор графа пролази само једном. Ученици образлажу поступак долажења до решења, упоређују различите могућности и да ли такав пут постоји или не за задати број локација.
<i>б) Раг са ђодацима; ујошреба сложених мајемајичких јосиујака и сјирајеија у различитим сијуацијама</i>	
– Активност	– Показатељ (ученик)
Наставник редовно уводи задатке из реалног живота (нпр. попусти и порези, инфлација, камата и отплата, статистички показатељи и графикони). Ученици треба да формулишу математички проблем из контекста (променљиве, познате/непознате величине), реше га и протумаче резултат у односу на реалну ситуацију.	Ученици издвајају релевантне податке и постављају рачун, израчунавају тражене величине (проценат, промену, камату, просек) и образлажу добијени резултат у реалном контексту.

4 Списак корисних дигиталних ресурса за подстицање развоја математичке писмености налази се у Прилогу 1.



Ученици са наставником анализирају карту рудног богатства Србије и издвајају главна налазишта. На основу датих података о количини или проценту заступљености појединих руда и минерала у њима праве кружне (пита) графиконе који приказују заступљеност различитих минералних ресурса. Резултате упоређују и повезују са географским положајем налазишта.	Ученик анализира податке о минералним ресурсима, користи процентни и промилни рачун за израчунавање удела различитих минерала у рудама с различитих локалитета и графички приказује резултате, повезујући их са географским распоредом рудних налазишта у Србији.
Наставник даје задатак за поређење различитих температурних скала (Целзијусове, Фаренхајтове и Келвинове). Ученици треба да претворе вредности температуре са једне скале на другу и прикажу резултате у табели или на графикону. Анализирају односе између скала.	Ученик изражава температуру користећи различите скале, организује и анализира податке и уочава да је температурни интервал једнак у Целзијусовој и Келвиновој скали.
Наставник представља ученицима апликацију за рачунање еколошког отиска и задаје ученицима да је попуне.	Ученици попуњавају податке и када добију решење, међусобно упоређују резултате и дају предлоге како могу да смање свој еколошки отисак.
Наставник задаје ученицима податке о кретању броја јединки у популацији (наталитет, морталитет, миграције) и о полно-старосној структури. Ученици треба да процене како промене броја јединки у популацији утичу на величину популације.	Ученици уочавају како се мења величина популације у екосистему, како се подаци тумаче и користе за предвиђање промена у природи.
Наставник задаје задатак на тему генетике (нпр. крвне групе, боја очију, деснорукост/леворукост, синдроми, обољења). Ученици израчунавају вероватноћу наслеђивања код потомства.	Ученици уочавају односе наслеђивања особина, умеју да поставе задатак и да израчунају вероватноћу преношења алела на потомство.



Ученици посматрају моделе или слике кристалних решетки (нпр. NaCl, дијамант, графит) и са наставником анализирају просторни распоред честица. Уочавају понављање јединичне структуре и идентификују геометријске облике који се јављају у решетки (нпр. кубна или хексагонална структура), као и елементе симетрије у распореду честица. На основу положаја честица у јединичној ћелији (углови, ивице, стране, унутрашњост) израчунавају укупан број честица које припадају јединичној ћелији.	Ученик препознаје геометријску структуру кристалне решетке, уочава правилности и симетрију у просторном распореду честица и правилно одређује број честица у јединичној ћелији на основу њиховог положаја у решетки.
Наставник задаје задатак на тему физиологије (нпр. мерење пулса). Ученици мере пулс у стању мировања и после часова физичког и здравственог васпитања. Бележе податке у табелу током недељу дана. Анализирају добијене резултате и графички их представљају.	Ученици разумеју појам пулса, умеју да га измере, уочавају како физичка активност утиче на пулс и графички приказују резултате.
Наставник поставља проблем мерења висине објекта/школе без пењања на кров. Од ученика се очекује да препознају коју тригонометријску функцију треба применити и да разумеју синус, косинус, тангенс и котангенс као однос страница правоуглог троугла.	Ученици кроз проблемску активност одређивања висине објекта/школе примењују тригонометријске функције у реалном контексту и формирају математички модел ситуације.
Наставник даје проблем одређивања најкраћег пута до реке као одређивања растојања тачке од праве. Ученици разматрају да ли је најкраћи пут до реке онај који је иде укосо или право према реци, одређују једначину нормале и рачунају растојање.	Ученици решавају проблем најкраћег растојања од тачке до праве, формирају математички модел, примењују формулу за растојање и одређују координате подножја нормале из тачке на праву, чиме се развија разумевање односа алгебарске и геометријске репрезентације праве у координатној равни.



Наставник доноси новински текст/извештај/анкету са табелама и графиконима. Ученици идентификују шта је мерено (варијабле), узорак и временски оквир, проверавају да ли су прикази исправни (скала, осе, јединице, релативне vs. апсолутне вредности) и поново рачунају једноставне показатеље (проценти, разлике, стопе раста) како би проверили тврдње из текста.	Ученици читају податке који су представљени на различите начине, препознају могуће манипулације/грешке (нпр. скраћена оса, погрешно поређење процената) и критички процењују да ли закључак из текста следи из података.
Наставник задаје да ученици решење које су добили рачуном (нпр. функција) провере уз помоћ дигиталних алата које омогућавају визуализацију (као што су GeoGebra, Wolfram Mathematica).	Ученици уносе податке, дефинишу формуле, праве графиконе/дијаграме и упоређују ручно добијене резултате са дигиталним.
Наставник поставља задатак ученицима да на основу дате логаритамске скале децибела утврде на који начин је јачина звука повезана са интензитетом звука. Наставник ученицима даје табелу/графикон на којем је представљено да повећање јачине звука од 10dB одговара приближно десетоструком повећању интензитета звука. Ученици анализирају податке и уочавају да разлика од 10dB не представља исто повећање као код линеарне зависности.	Ученици анализирају добијену логаритамску скалу децибела и на основу разлика у вредностима израчунавају интензитет звука различитих извора (нпр. шапат, нормалан разговор, саобраћајна гужва). Кроз анализу резултата и њихово графичко представљање уочавају да јачина звука није линеарно зависна од интензитета звука, већ да постоји логаритамска зависност.



Наставник усмерава ученике да користе релевантне међународне и националне статистичке базе и платформе за отворене податке (нпр. <i>UN World Population Prospects</i>, <i>UNFPA Population Dashboard</i>, <i>UNEP Data Portal</i>, <i>Our World in Data</i>, <i>Eurostat</i>, <i>Републички завод за статистику</i>) како би прикупили податке о становништву, климатским елементима, природним ресурсима или економским показатељима. Ученици организују прикупљене податке у табеле, израђују графиконе и тематске карте (картограме и картодијаграме) и користе дигиталне карте и географске информационе системе за визуализацију просторне расподеле појава. Уз наставниково вођство анализирају просторне обрасце и промене кроз време и повезују их са природним и друштвеним факторима.	Ученик проналази релевантне податке у статистичким базама, организује их у табеле и графиконе и на основу њих израђује тематске карте. Ученик користи дигиталне алате за просторну анализу (нпр. GIS или дигиталне карте), уочава просторне обрасце и трендове и аргументовано објашњава односе између географских појава на основу квантитативних показатеља. На основу анализе података ученик формулише закључке о просторним разликама и могућим правцима промена у географском простору.
Наставник организује рад са просторним подацима у дигиталном окружењу (нпр. <i>Google Earth</i>, <i>QGIS</i>), где ученици анализирају различите слојеве података и пореде просторне карактеристике региона.	Ученик користи дигиталне карте и базе просторних података, тумачи просторне обрасце и аргументује закључке на основу комбинације географских и квантитативних података.
в) Развијање међакоиницијивних сјајијеија у мајемајичком решавању љроблема	
– Активност	– Показатељ (ученик)
Наставник даје проблем који се може решити на најмање два начина. Ученици у паровима решавају свако на један начин, затим упоређују концизност и оригиналност поступка.	Ученици препознају да постоји више стратегија и процењују када је која прикладнија.
Наставник представља тему и позива ученике да формулишу проблемско питање у вези са темом, позивајући се на знања која су раније стекли. Усмерава ученике током рада и на крају организује рефлексију о наученом.	Ученик активира претходно знање, поставља истраживачка питања и уочава шта је ново научио. Ученик препознаје празнине у сопственом знању.



Наставник задаје ученицима да, након решавања задатка (нпр. из претходних активности), припреме кратко усмено или писано објашњење поступка: шта је тражено, који су кораци решавања, зашто су изабрали тај поступак и како могу да провере резултат.	Ученици прецизно објашњавају поступак корак-по-корак и користе одговарајући математички језик. Ученици аргументују избор поступка и наводе начин провере.
Наставник поставља проблем који ученици решавају у пару, што их наводи да „мисле наглас“, односно да вербализују свој мисаони ток.	Ученик објашњава кораке у решавању проблема, преиспитује могуће стратегије решавања и могућа решења, процењује њихову погодност и поузданост, аргументује своје закључке. Истовремено активно прати сопствени процес размишљања.
Наставник организује активности са циљем да се анализирају и класификују грешке са фокусом на то зашто је дошло до грешке (нпр. погрешно разумевање концепта, рачунска грешка или погрешан избор стратегије решавања проблема) уместо самог исправљања резултата.	Ученици анализирају зашто је дошло до грешке како би се фокус померио са резултата на процес доласка до решења.
Наставник демонстрира ученицима процес решавања проблема тако што нагласак ставља на стратегије рада одговарајући на питање: <i>Зашто тако радим?</i> Важно је да наставник вербализује свој унутрашњи говор приликом решавања проблема, јер се тако моделују когнитивне вештине ученика.	Ученик прати процес решавања проблема и уочава везу између елемената проблемске ситуације и примењене стратегије рада.
При решавању задатка, ученици предвиђају резултате који ће се добити. У случају да добијени резултати не одговарају очекивањима, ученици са наставником анализирају разлоге који су довели до погрешних предвиђања.	На основу анализе разлога који су довели до погрешних предвиђања, ученик деконструише сопствене заблуде.



Наставник тражи од ученика да предвиди успешност на тесту. Пре него што виде оцену, враћа им тестове и заједно пролазе кроз очекиване одговоре. Ученици класификују грешке у категорије типа: <i>Нисам разумео/ла њишање; Не знам; Грешка у рачунању и сл.</i>	Ученик активно учествује у процесу провере знања, идентификујући недовољно или погрешно научене делове градива, чиме ојачава механизме саморегулације учења.
--	--

Циљ 2: Унапређивање компетенција наставника за подстицање развоја и вредновање математичке писмености

а) Стручно усавршавање наставника

Активност	Показатељ (наставник)
Наставник редовно похађа акредитоване обуке или стручне скупове који су релевантни за математичку писменост, истраживачку наставу, формативно вредновање и/или активно учење.	Наставник примењује нове стратегије и приступе у настави, осмишљава и реализује истраживачке/проблемске задатке који подстичу различите нивое математичког резоновања и бележи промене у ученичком приступу истраживању и решавању задатака.
Наставник организује усавршавање у школи у вези са приступима развијања математичке писмености код ученика (нпр. микросесије, педагошке радионице, отворени дани школе).	Наставник промовише нове стратегије за подстицање развоја и вредновање математичке писмености.
Наставник развија наставне ресурсе за подстицање математичке писмености (нпр. табеле за бележење корака у решавању проблема, шаблони за графиконе, мапе појмова, задаци за вежбање).	Наставник користи развијене ресурсе у настави, прилагођава их различитим групама ученика, прати напредак и бележи исходе.
Наставник учествује у раду стручних удружења.	Наставник прати актуелности у организацији стручних удружења, примењује нове приступе и дели искуства са колегама у школи и изван ње.



б) Хоризонтално учење и повезивање наставника унутар школе и/или између школа	
Активност	Показатељ (наставник)
Формирање школских тимова за унапређивање математичке писмености који редовно размењују примере добре праксе и развијају заједничке материјале (нпр. протоколе за огледе, истраживачке листиће, шаблоне за табеле и графиконе, рубрике за закључивање и аргументовање).	Наставник учествује у раду школског тима за унапређивање математичке писмености. Учествује у размени материјала и искустава са колегама, као и у развијању заједничких материјала.
Наставник се повезује са наставницима из других школа ради размене приступа и ресурса за развој математичке писмености.	Наставник активно учествује у мрежама или групама са наставницима из других школа ради размене приступа и ресурса за подстицање математичке писмености.
Наставник креира или доприноси заједничком дигиталном репозиторијуму за материјале који доприноси визуелизацији математичких појмова и развоју математичке писмености.	Наставник користи, ажурира и доприноси банкама наставних материјала унутар школе или мреже школа, уз прилагођавање материјала различитим узрастима и групама ученика и уз размену кратких белешки о ефектима примене (шта је функционисало, шта треба мењати).
Наставник иницира и реализује међупредметну сарадњу кроз тематске часове/дане/недеље у којима се једна тема обрађује из перспективе више предмета. Заједно са колегама планира активности које укључују истраживачки рад (посматрање, мерење, израчунавање), радионице и принцип „обрнуте учионице“, као и ученичку продукцију (израда појмовних мапа, дигиталних плаката, постера, видео-прилога, презентација).	Наставник, у сарадњи са колегама који предају различите предмете, планира и реализује тематске часове/дане/недеље у току школске године који укључују истраживачке активности, ученичку продукцију и завршну презентацију, при чему документује ток и исходе активности (план, материјали, ученички радови и рефлексација о активности).



Циљ 3 : Креирање амбијента који погодује развоју математичке писмености: повезивање свих актера из окружења у промовисању математике	
а) Коришћење школских ресурса за креирање амбијента који погодује развоју математичке писмености	
Активност	Показатељ (ученик)
Школа учествује у организацији активности поводом „Маја месеца математике“. То могу бити различити јавни догађаји попут: радионица, изложбе, игара, мини-предавања како за ученике, тако и за родитеље и локалну заједницу.	Ученик припрема и представља математички садржај широј публици.
Школа учествује у организацији активности поводом Међународног дана броја Пи (π) (нпр. практична мерења обима и пречника круга и поређење њиховог односа, игре памћења цифара броја Пи, такмичење у решавању задатака, тематски базар посланица облика круга...). Током обележавања овог дана ученици се упознају и са значајним научницима који су рођени 14. марта, међу којима је Алберт Ајнштајн.	- Ученик активно учествује у активностима обележавања Дана броја Пи(π). - Кроз кратке презентације или квиз ученици се упознају са научним достигнућима истакнутих личности и њиховим значајем за развој науке.
Поводом Дана мола (23. октобар) у школи се организују квизови и такмичење у памћењу цифара Авогадровог броја ($6,02 \times 10^{23}$). Ученици такође решавају кратке задатке у којима примењују појам мола за израчунавање броја честица у супстанци.	Ученик препознаје значај Авогадрове константе у хемији, повезује њен математички запис са бројем честица у молу супстанце и успешно примењује појам мола у једноставним прорачунима.
Ученици учествују у активностима које школа организује поводом Фибоначијевог дана (23. новембар), где препознају Фибоначијев низ и златни однос у природи (биљкама, шкољкама...). Решавају задатке у којима настављају низ и проналазе примере у природи.	Ученик препознаје правилност Фибоначијевог низа и повезује математичке односе са појавама у природи.



Организовање школских такмичења, квизова и математичких изазова.	Ученик показује иницијативу и мотивацију за решавање сложенијих проблема.
Израда школског паноа или дигиталне платформе „Математика у нама и око нас“. Истражују примере примене математике у природи, науци и свакодневном животу (нпр. златни однос у пропорцијама тела, Фибоначијев низ у биљкама, кристалне решетке у минералима, температурне скале, тврдоћу воде, проценат хранљивих материја у намирницама).	Ученик прикупља и организује податке, препознаје примере примене математичких појмова у природи и науци и самостално представља резултате свог истраживања.
Математичко моделовање животних ситуација (финансијско планирање путовања, кредита, штедње).	Ученик доноси аргументоване одлуке на основу прорачуна.
б) Умрежавање школе са локалном заједницом и релевантним институцијама које се баве промоцијом математике	
Активност	Показатељ (ученик)
Сарадња са факултетима, научним институцијама и привредом (гостујућа предавања, радионице).	Ученик препознаје примену математике у различитим професијама.
Пројектна настава у сарадњи са локалном заједницом (истраживање цена, саобраћаја, екологије).	Ученик примењује математику у реалним ситуацијама.
Наставник подстиче и организује учешће ученика као волонтера или водича на манифестацијама које су посвећене промоцији математике.⁵	Ученици учествују као волонтери или водичи на научним догађајима и манифестацијама за промоцију математике, комуницирају са посетиоцима и доприносе популаризацији математике у локалној заједници.

5 Преглед манифестација, догађаја и институција које доприносе популаризацији математике налазе се у Прилогу 2.



ЛИТЕРАТУРА

- Anić, I. (2015). Efekti problemski orijentisane nastave matematike na postignuće učenika i razvoj njihovog matematičkog mišljenja. (Doktorska disertacija). Univerzitet u Novom Sadu, Prirodno-matematički fakultet.
- Anić, I., & Pavlović Babić, D. (2015). Problemi u nastavi matematike: Od rutine do stvaralaštva. *Nastava i vaspitanje*, 64(2), 245–262.
- Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11(5), 181–185.
- Baucal, A., & Pavlović Babić, D. (2010). Nauči me da mislim, nauči me da učim: PISA 2009 u Srbiji: prvi rezultati. Institut za psihologiju Filozofskog fakulteta u Beogradu i Centar za primenjenu psihologiju.
- Begle, E. G. (1979). Critical variables in mathematics education: Findings from a survey of the empirical literature. *Mathematical Association of America & National Council of Teachers of Mathematics*.
- Bruner, J. S. (1966). *Towards a theory of instruction*. Belknap Press.
- Council of the European Union. (2018). Council Recommendation of 22 May 2018 on key competences for lifelong learning (Text with EEA relevance) (2018/C 189/01). *Official Journal of the European Union*, C 189, 1–13.
- Чапрић, Г., & Виденовић, М. (2024). ПИСА 2022 извештај за Републику Србију. Завод за вредновање квалитета образовања и <https://ceo.edu.rs/wp-content/uploads/2024/04/20240401-PISA-2022-Izvestaj.pdf>
- Devlin, K. J. (2000). *The language of mathematics: Making the invisible visible*. Henry Holt and Company.
- Dweck, C. S. (2006). *Mindset: The new psychology of success*. Random House.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Routledge.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 international results in mathematics and science*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., & von Davier, M. (Eds.). (2021). *TIMSS 2023 assessment frameworks*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Недељковић, Ј. (2025). Извештај о резултатима завршној испити на крају основног образовања и васпитања у школској 2024/2025. години. Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања. https://ceo.edu.rs/wp-content/uploads/2025/11/Izvestaj-o-rezultatima-ZI_2025.pdf
- OECD (2016). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*. OECD Publishing, Paris.



OECD. (2023). *PISA 2022 Assessment and Analytical Framework*. OECD Publishing. Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Ранђеловић, Б., Ђукић, Д., Трбојевић, Т., & Марковић, Б. (2024). Резултати међународног истраживања ТИМСС 2023: Национални извештај – Република Србија. Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања ceo.edu.rs/wp-content/uploads/2024/12/TIMSS-2023-Nacionalni-izvestaj-Srbija-1.pdf

Rittle-Johnson, B. (2017). Developing mathematics capacity: Iterative relations between procedural and conceptual knowledge. *Child Development Perspectives*, 11(3), 184–190.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

UNESCO. (2020). *Education for sustainable development: A roadmap*. UNESCO. doi:10.54675/YFRE1448.



ПРИЛОГ 1

Списак корисних дигиталних ресурса за подстицање развоја математичке писмености

1. Унеско – Образовање за одрживи развој: <https://www.unesco.org/en/sustainable-development/education>
2. Канцеларија за образовање о клими (Office for Climate Education): <https://www.oce.global/en/resources/>
3. УНЕП – Школа о планети Земљи (Earth School): <https://www.unep.org/explore-topics/education-environment/what-we-do/earth-school>
4. Our World in Data: <https://ourworldindata.org/>
5. Глобални атлас еколошке правде (Global Atlas of Environmental Justice): <https://ejatlas.org/>
6. World Wildlife Fund Educational Resources: <https://www.worldwildlife.org/teaching-resources>
7. UN SDG:Learn: <https://www.unsdglearn.org/>
8. Европски оквир компетенција за одрживи развој (GreenComp, the European sustainability competence framework): <https://op.europa.eu/en/publication-detail/-/publication/bc83061d-74ec-11ec-9136-01aa75ed71a1/>
9. ЕУ климатска акција (Climate Action): https://climate.ec.europa.eu/our-planet-our-future/solutions_en
10. Светска статистика у реалном времену (Worldometers): <https://www.worldometers.info/>
11. Интерактивне карте животне средине на интернет страни Европске агенције за животну средину: https://www.eea.europa.eu/data-and-maps/explore-interactive-maps?utm_source=chatgpt.com#c0=5&c5=&b_start=0 (овде треба видети како је на картама третирано Косово*);
12. НАСА образовни портал (NASA Education): <https://science.nasa.gov/mission/aura/education/>
13. УН Србија – Циљеви одрживог развоја: <https://serbia.un.org/sr/sdgs>
14. Национални центри за информације о животној средини Националне управе за океане и атмосферу (NCIE NOAA): <https://www.ncei.noaa.gov/maps-and-geospatial-products>
15. Gap Minder: [https://www.gapminder.org/tools/#\\$chart-type=bubbles&url=v2](https://www.gapminder.org/tools/#$chart-type=bubbles&url=v2)
16. World Resources Institute: <https://www.wri.org/data>
17. Resource Watch Online: <https://resourcewatch.org/>
18. <https://www.arcademics.com/>
19. <https://toytheater.com/>
20. <http://www.zvrk.rs/>
21. <https://pefja.kg.ac.rs/wp-content/uploads/2025/05/Geogebra-i-pocetna-nastava-geometrije-Milan-Milikic-Monografija.pdf>



22. Онлајн креирање графика <https://nces.ed.gov/nceskids/createagraph/default.aspx?ID=a4e12eb407314a48b49df5760f6955f1>
23. Интерактиван математички софтвер <https://www.geogebra.org/>
24. Кроз загонетке и игру су визуелно представљени задаци који развијају интуицију и логику <https://brilliant.org/>
25. Учење математике кроз игру и забаву <https://www.coolmath4kids.com/>
26. Образовна платформа са интерактивним играма за изучавање математичких концепата <https://www.mathplayground.com/>
27. Платформа МИТ-а за блоковско програмирање и онлајн заједницу у којој ученици праве интерактивне приче, игре и анимације и могу да их деле. <https://scratch.mit.edu/>
28. Виртуелни манипулативи (плочице, геометрија, разломци, алгебарске плочице, вероватноћа...) за истраживање и креирање активности/задаата, уз опције дељења и задавања ученицима. <https://polypad.amplify.com/p>
29. Бесплатни онлајн калкулатори и алати за визуелизацију <https://www.desmos.com/>
30. Динамички софтвер за 3D геометрију <https://cabri.com/en/instructor/cabri-3d/index.html>
31. Апликација путем које се скенира задатак и приказује решење уз корак-по-корак објашњења (често са више метода). <https://photomath.com/>
32. Сајт везан за The Geometer's Sketchpad (динамичка математика/геометрија), са информацијама о софтверу и лиценци/преузимању <https://www.keycurriculum.com/>
33. Алат за брзу израду наставних интерактивних активности и штампаних материјала уз библиотеку готових ресурса. <https://wordwall.net/>
34. Сајт за прављење интерактивних квизова <https://kahoot.it/>
35. Платформа за наставне квизове, вежбање и процену, са ресурсима и функцијама за диференцијацију и праћење. <https://wayground.com/>
36. Онлајн генератор пузли за наставу <https://puzzlemaker.discoveryeducation.com/>
37. Апликације за рачунање еколошког отиска: <https://www.footprintcalculator.org/> или <https://footprint.wwf.org.uk/>



ПРИЛОГ 2

Преглед манифестација, догађаја и институција које доприносе популаризацији математике

Центар за промоцију науке (ЦПН) – национални актер за популаризацију науке; укључује и програме, изложбе и едукативне активности. <https://www.cpn.edu.rs>

Мрежа научних клубова (ЦПН) – научни клубови у више градова Србије (локална инфраструктура за радионице/програме). <https://www.cpn.edu.rs/programi/mreza-naucnih-klubova/>

Палата науке (Београд) – центар за истраживање и популаризацију науке (изложбени и едукативни садржаји). <https://palatanauke.rs/>

Истраживачка станица Петница (Ваљево/Петница) – истраживачки програми за младе (основци/средњошколци, широк спектар дисциплина). <https://petnica.rs/>

Музеј науке и технике (Београд) – изложбе, стручна вођења и школске посете. <https://muzejnt.rs/>

Музеј Николе Тесле (Београд) – вођене туре и програми (укљ. туре за децу). <https://tesla-museum.org/>

Природњачки музеј (Београд) – институција за проучавање и презентацију природне баштине (изложбе и едукативни садржаји). <https://nhmbeo.rs/>

Галерија науке и технике САНУ – изложбе и програми усмерени на популаризацију научно-техничких достигнућа (предавања, трибине, радионице). <https://www.sanu.ac.rs/jedinice/galerija-nauke-i-tehnike-sanu/>

Астрономско друштво „Руђер Бошковић“ (АДРБ) – промоција астрономије (укљ. планетаријумске пројекције и курсеви). <https://adrb.org/>

Астрономска опсерваторија Београд – научна институција у области астрономије/астрофизике (јавни садржаји зависе од програма). <https://www.aob.rs/en/>

Институт за нуклеарне науке „Винча“ – програми за популаризацију науке и научно образовање (укљ. „Отворена врата“). <https://www.vin.bg.ac.rs/edukacija/programi-za-popularizaciju-nauke>

Европска ноћ истраживача (Noć istraživača) – програм у више градова, на више локација (музеји, научни клубови, јавни простори). <https://nocistrazivaca.rs/>

Мај месец математике (M^3) – популаризација математике (изложбе, радионице, јавни програми; веза ЦПН + Математички институт САНУ). <https://m3.rs/>

Фестивал науке (Београд) – велика национална манифестација <https://festivalnauke.rs/>

Научни пикник (Београд) – „наука под отвореним небом“ (поставке, радионице, играонице), често у сарадњи са факултетима/институтима. <https://festivalnauke.rs/o-naucnom-pikniku/>

Фестивал „Наук није баук“ (Ниш) – експерименти/радионице/демонстрације за ширу публику.



Фестивал науке и образовања (Универзитет у Новом Саду) – радионице, научно-популарна предавања и трибине. <https://www.uns.ac.rs/index.php/nauka/nauka-na-uns/promocija-nauke/>

Научно-технолошки парк Београд (НТП БГ) – програми подршке иновацијама и R&D; често организује јавне/стручне догађаје. <https://ntpark.rs/>

Научно-технолошки парк Нови Сад (НТП НС) – програми, такмичења, хакатони и радионице (укљ. за студенте). <https://ntpns.rs/>

Научно-технолошки парк Ниш (НТП Ниш) – програми + календар догађаја (нпр. „дан отворених врата“, форуми технологија итд.). <https://ntp.rs/>